Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

PAPMEM - Julho 2013

Aritmética

Prof. Luciano Monteiro de Castro

Exercícios

1. (PROFMAT 2013) Seja $N = 12^{2012} + 2012^{12}$. O maior valor de n tal que 2^n é divisor de N é

(A) 10 (B) 12 (C) 16 (D) 24 (E) 36

2. (PROFMAT 2013) A *média geométrica* de três números positivos é a raiz cúbica do produto dos três. Se a média geométrica de três números naturais distintos é igual a 5, qual é a soma desses três números?

(A) 15 (B) 16 (C) 21 (D) 30 (E) 31

3. (PROFMAT 2012) Sejam x e y números inteiros tais que $10x + y$ seja um múltiplo de 7. Assinale a resposta correta.

(A) $x - 2y$ será certamente um múltiplo de 7

(B) $2x + y$ será certamente um múltiplo de 7

(C) $x - y$ será certamente um múltiplo de 7

(D) $2x - y$ será certamente um múltiplo de 7

(E) $2x + 2y$ será certamente um múltiplo de 7

4. (PROFMAT 2011) Os números 5, 356 e 590 são termos de uma progressão aritmética de números inteiros positivos, de razão máxima. Assinale o termo seguinte ao termo 590:

(A) 599 (B) 603 (C) 717 (D) 707 (E) 612

Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada

PAPMEM - Julho 2013

Prof. Luciano Monteiro de Castro
Aritmética

Soluções

1. Como $12 = 2^2 \times 3$ e $2012 = 2^2 \times 503$, temos $N = 2^{4048} \times 3^{2012} + 2^{24} \times 503^{12} = 2^{24} \times \left(2^{4024} \times 3^{2012} + 503^{12}\right)$, e como o número entre parênteses é impar, concluímos que o maior valor de n é 24.

2. Temos $\sqrt[3]{abc} = 5$, onde a, b, c são números naturais distintos, logo $abc = 5^3$. Pelo teorema fundamental da aritmética, a, b e c são potências de 5. Supondo, sem perda de generalidade que $a < b < c$, devemos ter $a = 1$, $b = 5$ e $c = 5^2$, logo $a + b + c = 31$.

3. Temos $10x + y = 7k$, para algum inteiro k. Substituindo $y = -10x + 7k$ em cada uma das expressões obtemos:

   (A) $x - 2y = 21x - 14k = 7 \times (3x - 2k)$ (múltiplo de 7).

   (B) $2x + y = -8x + 7k$ (nem sempre é múltiplo de 7 – por exemplo, $x = 1$)

   (C) $x - y = 11x - 7k$ (nem sempre é múltiplo de 7 – por exemplo, $x = 1$)

   (D) $2x - y = 12x - 7k$ (nem sempre é múltiplo de 7 – por exemplo, $x = 1$)

   (E) $2x + 2y = -18x + 14k$ (nem sempre é múltiplo de 7 – por exemplo, $x = 1$)

4. A diferença entre quaisquer dois termos da P.A. tem que ser um múltiplo da razão. Como os termos são inteiros positivos e a razão é máxima, tal razão deverá ser o m.d.c. entre $356 - 5 = 351$ e $590 - 356 = 234$. Aplicamos o algoritmo de Euclides:

	1	2
351	234	117
	117	0

   Concluímos que a razão deve ser 117, logo o termo seguinte ao 590 é $590 + 117 = 707$.